

## Série 9

### 9b.1. Systèmes Hyperstatiques - Support Elastique + Charge distribuée

Pour la poutre de la figure 9-00 . **sans calculs**

- i) Dessinez le diagramme des forces de la poutre bleu
- ii) Calculez le nombre de redondants
- iii) Indiquez votre choix pour résoudre le problème
- iv) Dessinez les systèmes isostatiques nécessaires pour résoudre le problème.
- v) Donnez les équations de compatibilité en fonction de la flèche ou sa dérivée à un/plusieurs points. **Ne pas résoudre les équations de compatibilité**, nous vous demandons simplement les poser.

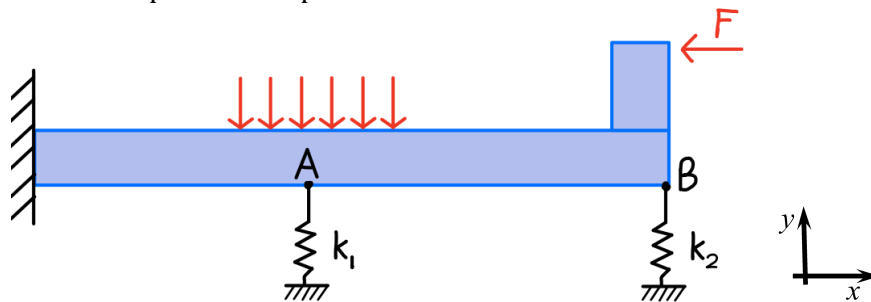


Figure 90-00 : La poutre est encastree à gauche. Il y a des ressorts en A et en B de constante de ressort  $k_1$  et  $k_2$

### 9b.2. Support Elastique – Charge ponctuelle

Une poutre AC de longueur  $L$  est encastree au point A et attaché par une articulation à un ressort BD au point B (voir Figure 9b.2.1). La section de la poutre AC est un carré de côté  $t = 0.1 L$ .

Le ressort a une constante  $k = \frac{2Et^2}{L}$ .

Déterminez, dans l'ordre qui vous arrange, par exemple en commençant par (e) si vous utilisez le formulaire

- (a) Les forces et moments de réactions sur la poutre AC
- (b) Le diagramme de l'effort tranchant  $V(x)$  dans la poutre AC
- (c) Le diagramme du moment de flexion  $M(x)$  dans la poutre AC
- (d)  $w'(x)$  en fonction de  $x$  de A à C
- (e) La déflexion  $w(x)$  de A à C

Indice: utilisez l'approximation  $\left(\frac{L}{t}\right)^2 \gg 1$

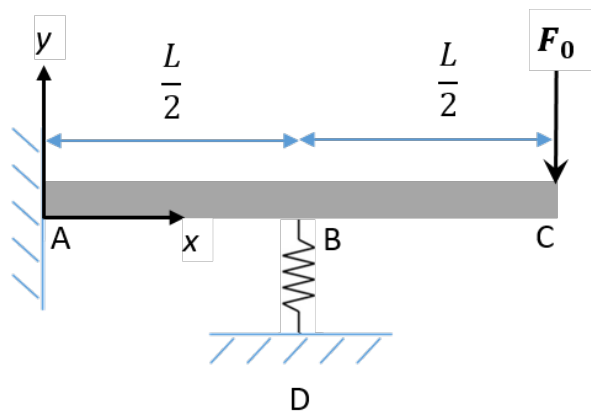


Figure 9b.2.1 | Poutre supportée par un ressort.

### 9b.3. Question très courte – Question conceptuelle sur le problème 9b.2

Dans le problème précédent (9b.2), vous avez résolu un système qui incluait un ressort.

**Comment modifieriez-vous vos calculs si le ressort était remplacé par une poutre déformable ?**

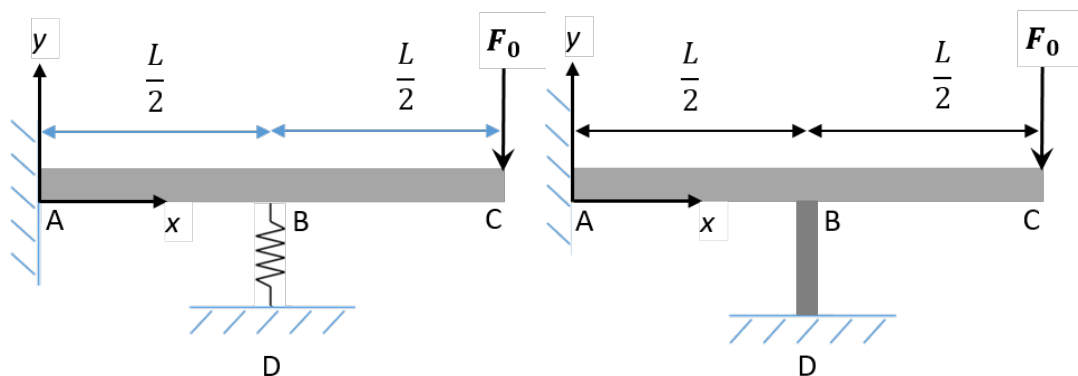


Figure 9b.3.1 | Première poutre avec le ressort (gauche); Poutre avec une barre (droite)

### 9b.4. Support Elastique – Charge uniforme

Une poutre AC est soumise à une charge distribuée (voir Figure 9b.4.1). Sa longueur est  $2L = 2\text{m}$ .

Quel est la constante du ressort  $k$  nécessaire pour avoir  $M_z(x = L) = -\frac{qL^2}{10}$

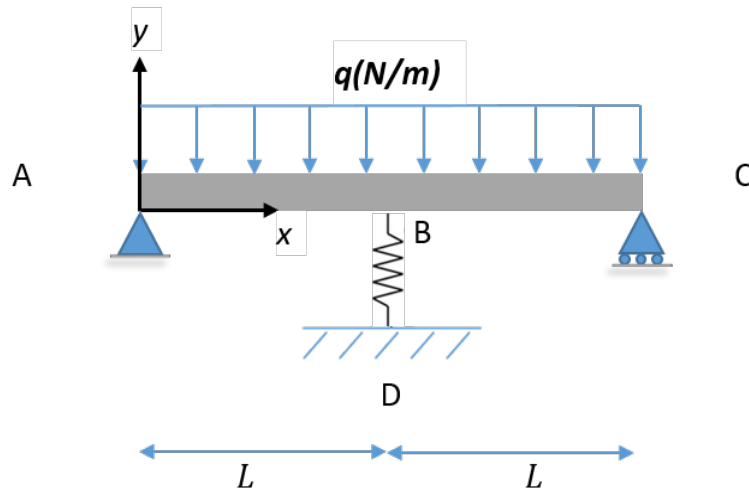


Figure 9b.4.1 | Poutre avec une charge uniforme répartie

### 9b.5. Support elastique – poutres croisées

Deux poutres AB et CD, disposées dans le plan horizontal se croisent à angle droit et supportent ensemble une charge  $P$  en leur milieu (voir Figure 9b.5.1).

Avant que la charge  $P$  soit appliquée, les poutres ne font que se toucher, sans appliquer de charge l'une sur l'autre. Les matériaux des deux poutres ainsi que leurs largeurs sont les mêmes. Les deux poutres sont en appui simple à leurs extrémités.

La longueur de AB et CD sont  $L_{AB}$  et  $L_{CD}$  respectivement.

Quel doit être le ratio  $t_{AB}/t_{CD}$  des épaisseurs des poutres pour que les quatre réactions (en A, B, C, et D) soient les mêmes ?

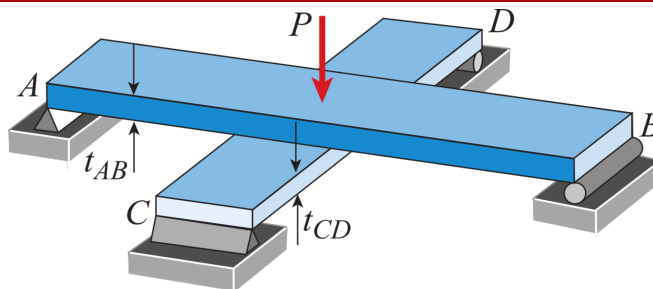


Figure 9b.5.1 | Poutres croisées, en appui simples à leurs extrémités.

### 9b.6. Poutres avec support élastique

Deux poutres CE et FD sont assemblées en un point D (voir Figure 9b.6.1). La poutre CE est encastree à une extrémité et libre à son autre extrémité, elle est soumise à une charge uniforme  $q$ . La poutre FD joue le rôle d'un support élastique au point D. On suppose qu'elle n'exerce que des efforts verticaux (dans la direction  $y$ ).

Le moment d'inertie, la surface de la section et le module de Young de la poutre CE sont notés  $I_P$ ,  $A_P$  et  $E_P$ . Ceux de la poutre FD sont notés  $I_R$ ,  $A_R$  et  $E_R$ . Les distances CD, DE et FD sont  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ .

**Donnez l'expression de la flèche au point D.**

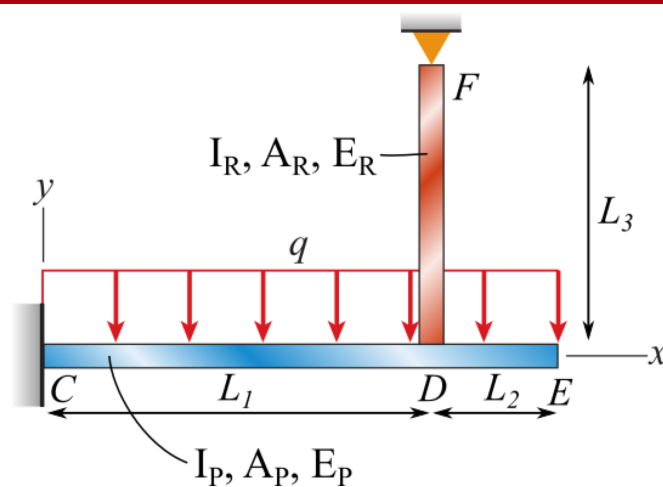


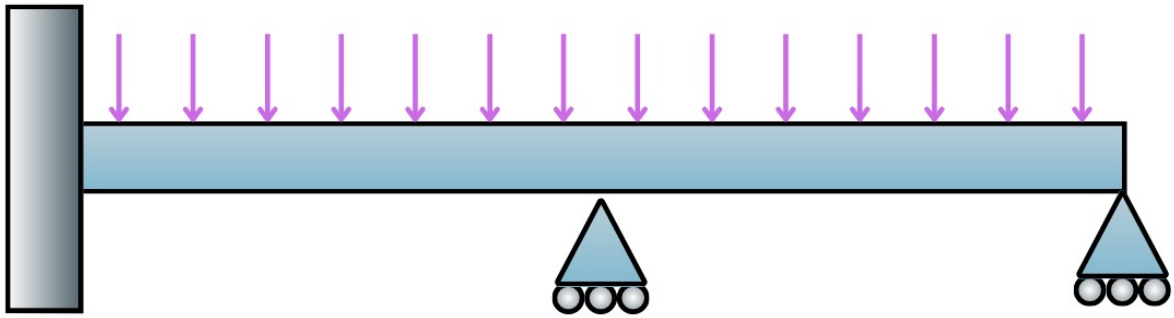
Figure 9b.6.1 | Assemblage de poutres. CE est soumise à une charge uniforme  $q$ . FD joue le rôle de support élastique.

### 9b.7 Poutres avec redondants

Une poutre est encastrée à une extrémité et soutenue par deux supports placés respectivement en  $L/2$  et en  $L$ . Elle est soumise à une charge constante  $q$

**Déterminer les valeurs de l'ensemble des forces de réaction agissant sur la poutre.**

*Indice:* le choix de(s) redondant(s) est primordial pour réussir facilement cet exercice.



**Figure 9b.7.1 | Poutre encastrée et maintenue par deux supports simples**